

Bach-Fest München 2025
23. November, Paul-Gerhardt-Kirche

Wolfgang Kleber

17 Uhr: Vortrag

Johann Sebastian Bachs
Kunst der Fuge
als vollständiges System innerer Beziehungen

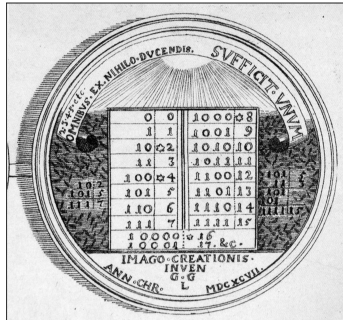
20 Uhr: Orgelkonzert

Gibt es ein einheitliches mathematisches Prinzip, nach welchem Bachs Kunst der Fuge als ein vollständiges System symmetrischer Proportionen beschrieben werden kann, das keinerlei Ergänzung bedarf?

Zahlreiche Forschungen zur Kunst der Fuge arbeiten mit Handschriftvergleichen oder mit symbolischen Deutungen von Zahlen oder versuchen, die Kompositionsarbeit Bachs durch eine Einordnung in sein Umfeld zu verstehen. Und selbstverständlich ist der Vergleich mit anderen Werken Bachs hilfreich. Dies alles ist interessant und wichtig, ja unverzichtbar, aber wird zum großen Teil in den Schlussfolgerungen spekulativ bleiben. Ich möchte Ihnen dagegen heute vorstellen, welche Bezüge innerhalb der KdF selbst, an Hand des Notentextes festzustellen sind, welche Proportionen gemessen werden können. Zahlen betrachte ich dabei nicht als Symbole, sondern untersuche Zahlenverhältnisse als messbare Proportionen zwischen Teilkompositionen.

Ein wenig Mathematik ist angebracht, denn Bach hat seine KdF vermutlich für die Mizlersche Sozietät komponiert, ein Verein, der Musik als Wissenschaft, als Mathematik verstand.

Leibniz, 1697



Mizler, 1738



Bach

Contrapunctus II.

Contrapunctus. III.



Einen kleinen Hinweis auf eine Widmung an die Mizlersche Sozietät sehe ich im Originaldruck der Kunst der Fuge in der an zwei Stellen angebrachten ungewöhnlichen Gestaltung der Ziffer „1“, die sonst meines Wissens in dieser Form nur zu finden ist auf einer Medaille der Mizlerschen Sozietät und auf einem Entwurf von Leibniz für einen Kupferstich, der das Duale Zahlensystem vorstellt.



19.
Critische Nachrichten
 aus dem
Reiche der Gelehrsamkeit.
 Freytags, den 7. May, 1751.

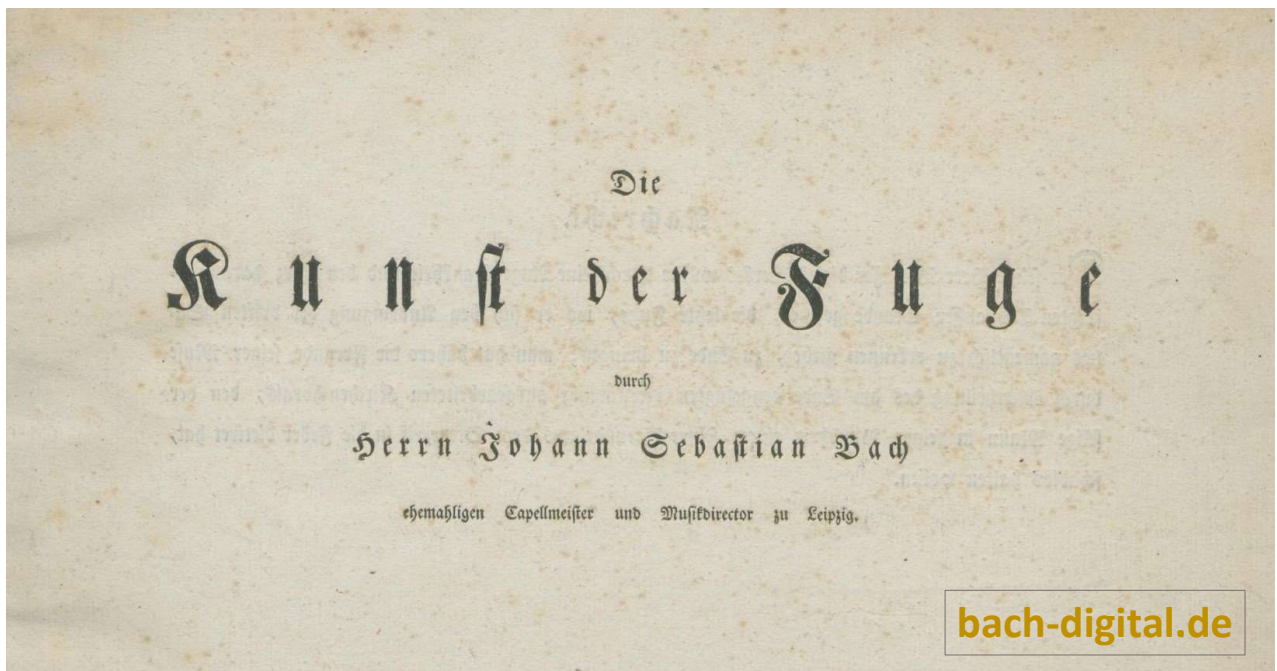


Berlin.
 Die Erben des großen Componi-
 sten, weyland Herrn Johann
 Sebastian Bachs, ehemali-
 gen Königl. Pöhlen, und Chur-
 fürstl. Sächsis. Capellmeisters, und Musikdire-
 ctors in Leipzig, sind entschlossen, ein von ihm
 im Manuscript hinterlassenes Werk der
 Vergessenheit zu entreißen, und unter der Auf-
 schrift: *Die Kunst der Fuge*, in 24 Exem-
 plen entworfen durch Johann Seba-
 stian Bach, ehemahligen Capellmeister,
 und Musikdirector in Leipzig, herauszu-
 geben.

aus Eifer sucht damit zurück. Diejenigen,
 die einen Trieb hatten, einige Einsicht darin-
 ne zu erlangen, mußten es ihnen gleichsam ab-
 hören. Wenn die Regeln, die man uns dazu
 ertheilte, auch gut und hinlänglich waren, so
 fehlte es dabey an nöthigen Exempeln. Man
 weiß aber, wie fruchtlos ein Unterricht ohne
 Exempel ist, und die Erfahrung zeigt, was man
 für einen ungleich größern Vortheil aus practi-
 schen Ausarbeitungen, als aus mageren theore-
 tischen Anweisungen zieht. Gegenwärtiges
 Werk, welches wir dem Publico ankündigen,
 ist durchaus nützlich und lehrreich.

1751, im Jahr nach Bachs Tod, veröffentlichte die Berliner Wochenzeitung „*Critische Nachrichten aus dem Reiche der Gelehrsamkeit*“ auf der ersten Seite der Ausgabe vom 7. Mai einen längeren Artikel über die Kunst der Fuge mit einem Aufruf zur Subskription. Darin lesen wir, dass dieses Werk von JSB „alle möglichen gute Arten von Fugen und Contrapunten“ enthält. Alle über dasselbe Thema, alle in d-moll. Alle in Partitur notiert, also mit einer eigenen Notenzeile für jede einzelne Stimme, weil - Zitat: „darinnen alle Stimmen durchgehends singen und die eine mit so vieler Stärcke, als die andere ausgearbeitet ist“. D.h. die Partiturnotation dient der besseren Lesbarkeit der Polyphonie. Ausdrücklich wird aber darauf hingewiesen, dass das Werk auf Cembalo oder Orgel gespielt werden kann.

Der Verfasser des Zeitungsartikels war vermutlich Carl Philipp Emanuel Bach.



Die erste Auflage des angekündigten Druckes erschien dann gegen Ende des Jahres 1751. Hier sehen Sie das Titelblatt. 1752 erschien die zweite Auflage. Bis heute sind die erhaltenen Originaldrucke neben dem handschriftlichen Material die wichtigsten Quellen der KdF. Für das Studium dieser Quellen sind die vom Bach-Archiv Leipzig unter bach-digital.de im Internet veröffentlichten hochauflösenden Scans eine unschätzbare Hilfe.

Originaldruck 1751

- | | |
|---|---|
| 1) Contrapunctus 1 | 12) Contrapunctus inversus 12 a 4 |
| 2) Contrapunctus 2 | 13) Contrapunctus inversus a 4 |
| 3) Contrapunctus 3 | 14) Contrapunctus a 3 |
| 4) Contrapunctus 4 | 15) Contrapunctus inversus a 3 |
| 5) Contrapunctus 5 | 16) Contrap: a 4 |
| 6) Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese | 17) Canon per Augmentationem in Contrario Motu |
| 7) Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut | 18) Canon alla Ottava |
| 8) Contrapunctus 8 a 3 | 19) Canon alla Decima Contrapunto alla Terza |
| 9) Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima | 20) Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta |
| 10) Contrapunctus 10 a 4 alla Decima | 21) Fuga a 2 Clav. |
| 11) Contrapunctus 11 a 4 | 22) Alio modo Fuga a 2 Clav. |
| | 23) Fuga a 3 Soggetti |
| | 24) Choral Wenn wir in höchsten Nöten |

Der Originaldruck der Kunst der Fuge enthält 24 einzelne Stücke.

Die meisten heißen „Contrapunctus“, vier Stücke sind zweistimmige Kanons, drei Stücke heißen „Fuga“, das letzte ist ein Choral, in welchem zur Choralmelodie drei fugenartig gearbeitete Stimmen treten.

Bis auf den Choral stehen alle Stücke in d-moll und behandeln dasselbe Hauptthema, in mehr oder weniger abgewandelter Gestalt. Nach und nach kommen die verschiedensten kontrapunktischen Kunstgriffe zur Anwendung, bei einigen Stücken treten Nebenthemen hinzu. Die formale Struktur, der Aufbau und die Länge der einzelnen Stücke sind sehr vielfältig.

Die einzelnen Stücke erscheinen sortiert nach zunehmender Komplexität, doch diese Ordnung ist nicht ganz konsequent, ein gewisses Durcheinander fällt spätestens bei den Doppel- und Tripelfugen auf.

Die letzte Fuge bricht ab, und es folgt als Abschluss ein Choral, der scheinbar nichts mit den Fugen zu tun hat.

Da der Druck erst im Jahr nach Bachs Tod veröffentlicht wurde, lassen sich Ungereimtheiten bzw. Fragen zur Zusammenstellung der Einzelstücke damit erklären, dass diejenigen, welche den Druck fertiggestellt haben, vielleicht nicht hundertprozentig genau über den Plan des Komponisten informiert waren und

daher irrtümlich manches falsch anordneten. Doch andererseits: wer sonst sollte besser informiert gewesen sein als diejenigen, die aus Bachs Familie und Freundeskreis schon zu Lebzeiten des Komponisten, also in engstem Kontakt mit ihm an der Anfertigung der Druckvorlagen beteiligt waren?

Schon lange werden in der Musikforschung unterschiedliche Theorien entwickelt, wie die KdF als Werkzyklus zu verstehen sei, ob der Erstdruck dem Plan des Komponisten entspricht, was man besser umstellen sollte, und wie man mit der scheinbar unvollendet abbrechenden letzten Fuge umzugehen hat.

Für meine eigene Hypothese zum Verständnis der Kunst der Fuge beziehe ich mich auf objektiv feststellbare Relationen zwischen den Teilkompositionen. Meine Untersuchungen zu den Proportionen beschränke ich auf diejenigen Stücke, die sich durch eine jeweils singuläre Form und musikalische Substanz auszeichnen. Der Druck enthält auch einige Stücke, die nicht wirklich eigenständig sind, sondern Varianten anderer Stücke. Varianten und Dopplungen rechne ich nicht mit, auch wenn ich nicht ausschließen möchte, dass selbst deren Aufnahme in den Originaldruck aus unbekannten Gründen vom Komponisten beabsichtigt gewesen sein könnte.

So gibt es zu Contrapunctus 10 weiter hinten im Druck eine kürzere Version, die sich von Contrapunctus 10 nur dadurch unterscheidet, dass die ersten 22 Takte fehlen. Sie steht in der Liste an 16. Stelle unter dem Titel „Contrap. a 4“. Es handelt sich um die ältere Version aus dem Autograph. Warum sie zusätzlich zur längeren Fassung des Contrapunctus 10 in den Druck aufgenommen wurde, wissen wir nicht. Für meine Untersuchungen lasse ich sie weg.

Bei den Spiegelfugenpaaren, in der Liste Nr. 12 bis 15, verhält es sich so, dass eine vierstimmige und eine dreistimmige Fuge jeweils komplett in allen Stimmen gespiegelt werden und auf diese Weise ein Paar von zwei in ihrer Substanz absolut identischen Versionen entsteht, bei denen lediglich oben und unten konsequent vertauscht sind. Sehr schön zu sehen ist das im Autograph. Vom vierstimmigen Spiegelfugenpaar, Contrapunctus 12, ist die Handschrift vollständig erhalten.

Contrapunctus 12, vierstimmige Spiegelfuge



Hier die erste Seite des Autographs von Contrapunctus 12. Alle acht Notenzeilen sind durch eine Klammer zusammengefasst. Die Noten sehen aus, als sollten beide Versionen, *rectus* und *inversus*, aufrecht und umgekehrt, gleichzeitig gespielt werden, - was gar nicht gut klingen würde. Dennoch können beide Versionen als „gleichzeitig“ gedacht werden.

Für die Untersuchung der Architektur der KdF, für die Bemessung der Proportionen zähle ich von diesem Spiegelfugenpaar die Takte nur *einfach*. Genauso halte ich es beim dreistimmigen Spiegelfugenpaar Contrapunctus 13, welches im Autograph ebenfalls in der Gleichzeitigkeit beider Versionen notiert ist.

Vom *dreistimmigen* Spiegelfugenpaar enthält der Originaldruck darüber hinaus Varianten mit hinzugefügter Stimme. Sie sind überschrieben mit „Fuga a due clavire“. Dieses zusätzliche Fugenpaar hat Bach aus Gründen, über die wir nur spekulieren können, durch Hinzufügen einer vierten Stimme und kleinen Ergänzungen für zwei Spieler an zwei Klavieren eingerichtet. Diese vierstimmige Fassung enthält den vollständigen Notentext der dreistimmigen Fassung, ergänzt durch eine Basso-Continuo-Stimme. Diese Stimme ist nicht gleichwertig mit den anderen. Sie wird auch nicht gespiegelt, sondern unterscheidet sich in *Rectus*- und *Inversus*-fassung. Es gibt keine zusätzlichen Themeneinsätze. Für meine

Untersuchung der Proportionen der eigenständigen Einzelkompositionen hat das Fugen-Paar für zwei Claviere daher keine Bedeutung. Ich lasse das Fugenpaar für zwei Claviere weg. Auch heute Abend im Konzert, denn es ist ja für zwei Spieler geschrieben.

- | | |
|---|---|
| 1) Contrapunctus 1 | 12) Contrapunctus 12 a/b, a 4, rectus/inversus |
| 2) Contrapunctus 2 | 13) Contrapunctus 13 a/b a 3, rectus/inversus |
| 3) Contrapunctus 3 | 14) Canon per Augmentationem in Contrario Motu |
| 4) Contrapunctus 4 | 15) Canon alla Ottava |
| 5) Contrapunctus 5 | 16) Canon alla Decima Contrapunto alla Terza |
| 6) Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese | 17) Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta |
| 7) Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut | 18) Fuga a 3 Soggetti |
| 8) Contrapunctus 8 a 3 | 19) Choral Wenn wir in höchsten Nöten |
| 9) Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima | |
| 10) Contrapunctus 10 a 4 alla Decima | |
| 11) Contrapunctus 11 a 4 | |

Die Liste der gedruckten Kunst der Fuge sieht nun ohne die Varianten so aus: Die Dopplung von Contrapunctus 10 ist gestrichen, die Spiegelfugenpaare Contrapunctus 12 und 13 sind jeweils nur als *eine* Komposition gezählt, das Fugenpaar für 2 Claviere ist gestrichen.

Somit haben wir es zu tun mit 13 Contrapunten, 4 Canons, einer Fuga und einem Choral, also 18 Einzelkompositionen in d-moll und einem Choral in G-dur.

Hauptthema

Originalgestalt



Spiegelung / Umkehrung



Auf dem Programmblatt für mein Orgelkonzert heute Abend werden Sie alle Themengestalten sehen.
Jetzt möchte ich nur auf drei Gestalten des Hauptthema besonders hinweisen.

Originalgestalt



Durchgangsnoten



Pausen



Umspielung



In der ersten Zeile nochmal zum Vergleich das Hauptthema in seiner Originalgestalt.

In der zweiten Zeile mit Durchgangsnoten ergänzt.

Ganz speziell die Gestalt in der dritten Zeile; jeder Takt beginnt mit einer Pause.

In der unteren Zeile sehen Sie eine Umspielung, die das Hauptthema kaum noch erkennen lässt. Es ist aber in seiner umgekehrten, gespiegelten Fassung enthalten. Im Notenbeispiel habe ich die Töne des Hauptthema rot hervorgehoben.

Eigenständige Nebenthemen treten nur in drei Contrapunten hinzu, in Nr. 8, 10 und 11.

Contrapunctus 8



Hier die Themen in Contrapunctus 8. Zuerst wird das eine Nebenthema bearbeitet, dann das andere. Erst an dritter Stelle das umgeformte Hauptthema in seiner von Pausen durchsetzten Gestalt.

Diese drei Themen werden in Contrapunctus 11 gespiegelt.

Contrapunctus 11



In Contrapunctus 11 steht an erster Stelle die Durchführung des Hauptthemas, wie im Original aufrecht mit steigender Quinte.

Das erste Nebenthema wird im zweiten Abschnitt durchgeführt.

Das zweite Nebenthema beginnt in Contrapunctus 11 mit dem b-a-c-h-Motiv, - wenn auch die Note „c“ dreimal erklingt.

Im Verlauf des Contrapunctus 11 erklingen alle drei Themen sowohl aufrecht als auch gespiegelt.

Zwischen den beiden Tripelfugen Contrapunctus 8 und 11 stehen die beiden Doppelfugen, Contrapunctus 9 und 10.

Contrapunctus 10 als Klammer

Contrapunctus 8



Contrapunctus 10



Contrapunctus 11



Dieses Notenbeispiel zeigt in der zweiten Zeile das Eigenthema von Contrapunctus 10. Es bildet eine Klammer zwischen Contrapunctus 8 und Contrapunctus 11.

Die drei Viertel in seinem ersten Takt, grün, entsprechen den ersten drei Tönen im zweiten Thema des Contrapunctus 11, unten. Die drei Viertel im zweiten Takt, rot, den ersten drei Tönen in Contrapunctus 8, oben.

So entsteht aus den Contrapunten 8, 10 und 11 eine thematisch verbundene Dreiergruppe.

Contrapunctus 9 als Klammer

Contrapunctus 12 a/b 

Contrapunctus 13 a/b 

Contrapunctus 9 

Auch die andere Doppelfuge, Contrapunctus 9, fasst zwei Contrapuncte thematisch zusammen.

Für das vierstimmige Spiegelfugenpaar, Contrapunctus 12, hat Bach die originale Form des Hauptthemas einem Dreihalbetakt angepasst. Für das dreistimmige Spiegelfugenpaar, Contrapunctus 13, in eine reichhaltige Umspielung aufgelöst. Der Gegensatz dieser beiden Gestalten des Hauptthemas in Contrapunctus 12 und 13 findet seine Entsprechung in Contrapunctus 9. Contrapunctus 9 ist eine Doppelfuge, deren erstes Thema eine weitläufige Variante des HT darstellt, und zwar in der gespiegelten Form, und deren zweites Thema das Hauptthema in unveränderter Originalgestalt ist. Daher zähle ich Contrapunctus 9 zu den einthemigen Contrapuncten.

Contrapunctus 9 verbindet die beiden Spiegelfugen Contrapunctus 12 und 13 zu einer Dreiergruppe.



Originaldruck 1751, Scan: Bach-Archiv

Nach den 13 Contrapunten und den 4 Canons steht am Ende, vor dem Choral, das mit Abstand umfangreichste Stück der Kunst der Fuge, die dreiteilige Fuga a 3 Soggetti, kurz Fuga.

Fuga a 3 Soggetti, Teil 1

The image displays two staves of musical notation. The top staff, labeled 'Thema 1', contains a sequence of seven notes: G4, A4, B4, C5, B4, A4, and G4. The first four notes (G4, A4, B4, C5) are enclosed in a blue rectangular box, and the last four notes (A4, B4, C5, B4) are enclosed in a yellow rectangular box. A vertical blue line is positioned between the fourth and fifth notes, acting as an axis of symmetry. The bottom staff, labeled 'Hauptthema', shows a longer melodic line. The first four notes (G4, A4, B4, C5) are also enclosed in a blue rectangular box, matching the first half of 'Thema 1'. The subsequent notes (B4, A4, G4, F#4, E4, D4, C4) continue the melodic development.

Die obere Notenzeile zeigt das Thema des **ersten** Teils der Fuga mit seinen sieben Tönen.

Die ersten vier Töne stimmen mit dem Hauptthema überein, und zwar in der mit Durchgangsnoten erweiterten Gestalt, untere Notenzeile, blau markiert. Die zweite Hälfte bringt die gleiche Tonfolge nochmal, in Krebsform, rückwärts. Die Tonfolge des ersten Themas der Fuga ist in sich spiegelsymmetrisch.

Fuga a 3 Soggetti, Teil 2

The image displays a musical score for 'Fuga a 3 Soggetti, Teil 2'. It consists of three staves. The top staff is labeled 'Fuga Thema 2' and contains a single melodic line with eighth notes. A green rectangular box highlights a specific motif within the theme, and a yellow rectangular box highlights the final seven eighth notes of the theme. The middle staff is labeled 'Contrapunctus 10' and shows a counterpoint line with a green box at the beginning and a pink box highlighting a motif. The bottom staff is labeled 'Contrapunctus 11' and shows another counterpoint line with a green box at the beginning. The key signature has one flat (B-flat), and the time signature is common time (C).

Das Thema des **zweiten** Teils der Fuga ist u.a. charakterisiert durch die in die fließenden Achtel integrierte Figur aus aufsteigender Sekunde und absteigender Quarte, die wir aus den Eigenthemen von Contrapunctus 10 und 11 kennen. Grün markiert.

Das Thema 2 hat insgesamt 41 Töne. Am Ende steht ein kleines Motiv aus sieben Achteln, gelb markiert. Dieses löst sich im Verlauf des zweiten Fugenteils mehr und mehr aus dem Thema heraus und verselbständigt sich. Dieses 7-Achtel-Motiv erklingt im zweiten Fugenteil übrigens 41 mal, also genauso oft, wie das Thema Töne hat.

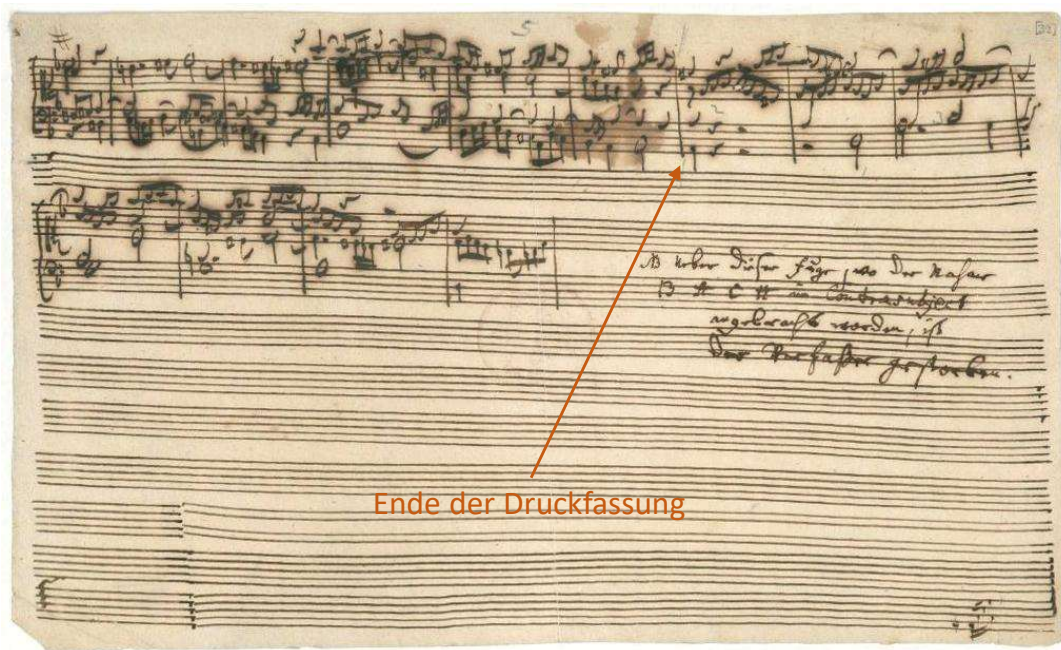
Ganz am Ende aber, nach der Zusammenführung der drei Themen, erklingt es im allerletzten Takt zum 42. Mal. Dort hat auch das zweite Thema selbst nicht mehr 41, sondern 42 Töne, und zwar durch Voranstellen eines Achtels. Diese Übereinstimmung ließe sich bei einer Ergänzung der Fuga natürlich nicht aufrechterhalten.

Fuga a 3 Soggetti, Teil 3



Der **dritte** Teil der Fuga a 3 Soggetti beginnt mit der Tonfolge b-a-c-h. Auf 10 Töne erweitert bildet sie das dritte Thema der Fuga.

Im Druck bricht das Werk in Takt 233 ab mit einem Halbschluss in A-dur. Nur die autographe Version reicht bis Takt 239, wobei in den letzten sieben Takten die drei Themen zum ersten und einzigen Mal gleichzeitig erklingen.



Auf diesem berühmten Notenblatt sehen Sie Bachs Handschrift der letzten Takte der Fuga. Der rote Pfeil zeigt den Halbschluss in A-dur, mit dem die Fuga im Originaldruck endet. Ich gehe davon aus, dass die nur in diesem Autograph erhaltenen letzten knapp 7 Takte dem endgültigen Plan des Komponisten entsprechen und *nicht* der Halbschluss der Druckfassung. Durchaus kann dieses Notenblatt geschrieben worden sein, als die Druckplatten für die Fuga bereits fertig gestellt waren.

In der ersten Bach-Biographie aus dem Jahr 1802 von Johann Nikolaus Forkel lesen wir über die KdF: „Die vorletzte Fuge hat 3 Themata: im dritten gibt sich der Componist namentlich durch b a c h zu erkennen. Diese Fuge wurde aber durch die Augenkrankheit des Verfassers unterbrochen, und konnte, da seine Operation unglücklich ausfiel, nicht vollendet werden. Sonst soll er Willens gewesen seyn, in der allerletzten Fuge 4 Themata zu nehmen, sie in allen 4 Stimmen umzukehren, und sein großes Werk damit zu beschließen“.

Wie längst nachgewiesen wurde, kann tatsächlich das Hauptthema der KUNST DER FUGE mit den drei Eigenthemen der FUGA kombiniert werden. Die FUGA hätte eine Quadrupelfuge werden können. Aus dieser Tatsache und aus Forkels Hinweis „soll er Willens gewesen sein....“ liegt die Folgerung nahe, dass der Titel „FUGA A 3 SOGGETTI“ nicht korrekt sei, nicht auf den Komponisten zurückzuführen sei,

sondern von den Herausgebern des postum fertiggestellten Erstdrucks gewählt wurde, da in dem von der FUGA erhaltenen Notenmaterial nur drei Themen zu sehen sind. Nun stehen wir allerdings vor der Frage, warum die Bach-Söhne einerseits Forkel gegenüber den Plan von vier miteinander zu verarbeitenden Themen erwähnt haben, andererseits als die maßgeblichen Herausgeber des Erstdrucks einen offenbar falschen Titel für diese Fuge gewählt haben sollten. Und vorallem: warum nicht „CONTRAPUNCTUS“ wie alle anderen drei- und vierstimmigen Fugen im Zyklus?

Die Möglichkeit, dass der **Titel** FUGA A 3 SOGGETTI in Wirklichkeit Johann Sebastian Bachs Absicht entspricht, ist zumindest nicht auszuschließen! Ich halte den Titel für korrekt.

Was aber ist nun mit dem als fehlend vermuteten allerletzten Teil der Fuga? In der Tat klingt die Kombination des HT mit den drei Eigenthemen der Fuga sehr schön und eine ganze Reihe von hypothetischen Ergänzungen sind von verschiedensten Komponisten angefertigt worden. Doch beweist die Tatsache, dass eine Kombination der vier Themen möglich ist, keineswegs, dass Bach sie auch beabsichtigt hätte. Er hat nie alle kontrapunktischen Möglichkeiten auch tatsächlich ausgeführt. Sondern er hat ausgewählt.

Meine Vermutung: Auf die mögliche Kombination der drei Themen der Fuga a 3 Soggetti mit dem Hauptthema hat Bach mit Absicht verzichtet. Stattdessen hat er zu den drei Themen der Fuga nicht *einen* Kontrapunkt geschrieben, sondern gleich eine ganze Serie von Contrapunten. Deshalb heißen diese anderen Fugen „Contrapunctus“. Und all diese Contrapuncte beziehen sich auf die *eine* Fuga!

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45

Soviel als grobe Übersicht über Johann Sebastian Bachs Kunst der Fuge.

18 einzelne Fugenkompositionen in d-moll, eine schöner als die andere, und ein Choral in G-dur. Jedes einzelne Stück hat eine ganz eigene Form und einen eigenen Charakter. Gibt es irgendein übergeordnetes System, das eine geordnete Struktur, eine klare Architektur erkennen lässt?

Hans Jörg Rechtsteiner veröffentlichte 1995 seine Arbeit „Alles geordnet mit Maß, Zahl und Gewicht, Der Idealplan von Johann Sebastian Bachs Kunst der Fuge“. Darin stellt er seine akribischen Untersuchungen vor, die ihn zu einem hypothetischen „Idealplan“ geleitet haben. Ausgehend von der Annahme, dass die Reihenfolge und Auswahl der Einzelstücke im Originaldruck nicht hundertprozentig den Absichten des Komponisten entsprechen und dass insbesondere die letzte Fuge unvollendet sei, entwickelt Rechtsteiner eine in sich stimmige, faszinierend perfekte achsensymmetrische Architektur des Zyklus „Kunst der Fuge“, die allerdings eine hypothetisch um 133 Takte erweiterte Schlussfuge voraussetzt. Dieser Idealplan hat mich lange überzeugt, auch als Richtschnur für meine Interpretation an der Orgel. Nach und nach nahm ich allerdings etwas irritierendes am Abbruch der letzten Fuge wahr: es zeigt sich in den letzten Takten bis zum Abbruch eine erstaunliche formale Perfektion. Und überhaupt lassen sich vielfältige überraschende Feststellungen machen, die den

Verdacht wecken, der Abbruch der Fuga könnte Absicht sein. Von meinen eigenen Untersuchungen stelle ich Ihnen jetzt die wichtigsten vor.

Ich habe geforscht, ob es ein einheitliches mathematisches, messbares Verhältnis gibt zwischen der letzten Fuge und den anderen Einzelstücken. Lassen sich die drei Teile der Fuga a 3 Soggetti, so, wie sie uns vorliegen, den anderen Stücken eindeutig in einem klar definierten Verhältnis zuordnen? Und vorallem: lässt sich der dritte, also der scheinbar unfertige Teil der Fuga im selben Verhältnis den Conrapuncten zuordnen wie der erste und der zweite Teil?

einthemige Contrapuncte
721 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

Fuga Teil 1, einthemig
114 Takte

Ende Teil 1



Anfang Teil 2

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45



In der Tat ist dies möglich. Alle Contrapuncte lassen sich gemessen an der Anzahl ihrer Takte den drei Teilen der Fuga a 3 Soggetti im immer gleichen mathematischen Verhältnis zuordnen. Und zwar nach der Kreisformel: Radius = Umfang geteilt durch 2 Pi. Ob Bach das so gemacht hat oder nicht, bleibt offen, aber allein die Tatsache, dass das möglich ist, ohne dass eine Ergänzung der scheinbar unvollendeten Schlussfuge postuliert werden muss, halte ich für bedeutsam.

1.) zum Teil 1 der Fuga

Alle Contrapuncte, die nur das Hauptthema verarbeiten, original oder variiert, und schon im Autograph enthalten sind. Also Contrapunctus 1-3 und die drei Gegenfugen Cp 5-7, sowie die Spiegelfugen zusammen mit Cp 9.

Diese drei mal drei Contrapuncte haben zusammen 721 Takte. Ein Kreis mit dem Umfang 721 hat den Radius 114,75. Tatsächlich hat der erste Teil der Fuga volle 114 Takte und seinen Abschlussakkord im Takt 115. Da in den Takten 114 und 115 der erste und der zweite Teil der Fuga sich überlagern, zähle ich Takt 114 zum ersten Teil, den Takt 115 zum zweiten Teil.

Also diejenigen neun Contrapuncte, die das HT in Originalgestalt verwenden und/oder nur *ein* Thema, das Hauptthema, verwenden, stehen nach der

Kreisformel im Verhältnis zum ersten Teil der Fuga, in welchem ebenfalls nur *ein* Thema verarbeitet wird, und zwar dasjenige Thema, das sehr eng verwandt ist mit dem Kopf des HTs. Oder anders gesagt: ein Kreis, dessen Umfang die Taktsumme der einthemigen Contrapuncte enthält, hat einen Radius, der der Taktzahl von Teil 1 der Fuga entspricht.

einthemige Contrapuncte

721 Takte

Fuga Teil 1, einthemig

114 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

mehrthemige Contrapuncte**Sekund-Quart-Figur**

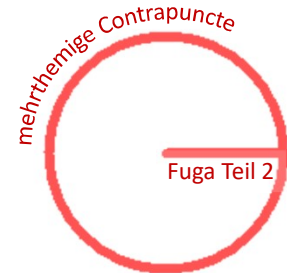
492 Takte

$$492 : 2\pi = 78,30$$

Fuga Teil 2, mehrthemig**Sekund-Quart-Figur**

78 Takte

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45

**2.) zum Teil 2 der Fuga**

Die beiden themengleichen Tripelfugen Contrapunctus 8 und Contrapunctus 11 bilden mit der Doppelfuge Cp 10, die in ihrem Eigenthema beide Tripelfugen miteinander verklammert, eine Dreiergruppe von 492 Takten. Geteilt durch 2π ergibt 78,3. D.h. ein Kreis mit dem Umfang von 492 Takten hat einen Radius von 78 Takten. Dem entspricht der zweite Teil der Fuga a 3 Soggetti.

Im Thema des zweiten Teils der Fuga finden wir wie in den Contrapunten den charakteristischen Quartsprung, der durch einen Sekundschrift aus der Gegenrichtung eingeleitet wird. Diese Figur kommt als thematisch eingesetztes Merkmal nur in den drei Contrapunten 8, 10 und 11 sowie im zweiten Teil der Fuga a 3 Soggetti vor. Auch das Kriterium der Mehrthemigkeit trifft neben den Contrapunctus 8, 10 und 11 in der *Fuga* nur für den zweiten Teil zu. Nur dort werden beide Themen durchgeführt. Zwar werden auch im dritten Teil der Fuga drei Themen kombiniert, aber nur ganz am Ende ein einziges Mal. Wirklich durchgearbeitet wird im dritten Teil der Fuga nur das b-a-c-h-Thema. Daher halte ich es für richtig, nur den zweiten Teil der Fuga und nicht auch den dritten Teil der Fuga den mehrthemigen Contrapunten zuzuordnen.

Gemessen an der Anzahl von Takten ist also festzustellen:

Der einthemige erste Teil der Fuga verhält sich zur Gesamtheit all derjenigen einthemigen Contrapuncte, die schon im Autograph enthalten sind, genauso wie der mehrthemige zweite Teil der Fuga zur Gruppe der mehrthemigen Contrapuncte. Dieses Verhältniß wird definiert durch die Kreisformel.

Besonders interessant ist nun die Frage, ob auch der letzte Teil der Fuga, also der scheinbar unvollendete Teil, zu den verbleibenden Contrapuncten im selben Verhältniß steht. Denn falls die Fuga nur deshalb in Takt 239 abbricht, weil Bach nicht mehr weiter komponieren konnte, erscheint es nicht plausibel, dass er ausgerechnet an der Stelle sein Werk abbrechen musste, wo der letzte Fugenteil genau nach dem selben mathematischen Verhältniß zu Contrapuncten steht wie die beiden ersten Fugenteile.

einthemige Contrapuncte

721 Takte

Fuga Teil 1, einthemig

114 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

mehrthemige Contrapuncte**Sekund-Quart-Figur**

492 Takte

Fuga Teil 2, mehrthemig**Sekund-Quart-Figur**

78 Takte

$$492 : 2\pi = 78,30$$

Nicht im Autograph

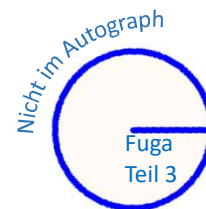
298 Takte

$$298 : 2\pi = 47,43$$

Fuga Teil 3

47 Takte

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45



Also zum 3. Teil der Fuga!

Welche Stücke wurden nicht mit den beiden ersten Fugenteilen ins Verhältnis gesetzt, sind also noch übrig für den dritten Fugenteil, die b-a-c-h-Fuge? Es sind der Contrapunctus 4 und die vier Canons. Von diesen Stücken sind im Autograph nur die beiden Canons per Augmentationem und alla Ottava enthalten. Cp 4 und die beiden anderen Canons aber nicht. Diese drei nicht im Autograph enthaltenen Stücke fasse ich zu einer Dreiergruppe zusammen und setze sie ins Verhältnis zum dritten Teil der Fuga. Dass dies nicht nur rechnerisch sinnvoll ist, sondern ganz bestimmten Beziehungen zwischen diesen Stücken entspricht, werde ich noch zeigen.

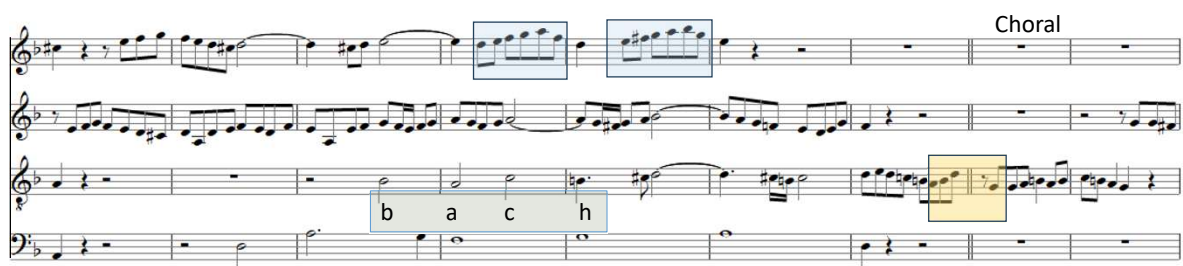
Contrapunctus 4 und die beiden Canons haben zusammen 298 Takte. 298 durch 2π ist 47,42 und entspricht damit der Länge der vermeintlich unvollendeten b-a-c-h-Fuge, und zwar einschließlich der allerletzten Takte, die es nur im Autograph gibt.

Welche *musikalischen* Beziehungen gibt es zwischen den drei Stücken, die nicht im Autograph enthalten sind, und dem 3. Teil der Fuga? Ist diese Zuordnung musikalisch plausibel?

Zunächst betrachten wir Contrapunctus 4, danach die beiden genannten Canons. Contrapunctus 4 wirkt auf den ersten Blick einfach aufgebaut, etwas verspielt mit

seinen unzähligen Sequenzen und fallenden Terzen, Kuckucksrufen. Bei genauerer Betrachtung fallen recht ungewöhnliche Modulationen auf. Und bei noch genauerem Hinsehen und Hinhören sind ganz konkrete Korrespondenzen zwischen Contrapunctus 4 und dem 3. Teil der Fuga festzustellen.

Die letzten Takte von Contrapunctus 4
und Fuga Teil 3



Hier zum Vergleich die letzten sieben Takte von Contrapunctus 4 und die letzten sieben Takte vom 3. Teil der Fuga. Das obere Notenbeispiel zeigt das Ende von Contrapunctus 4, das untere das Ende der Fuga und den Beginn des Chorals. In beiden Notenbeispielen erklingt im Tenor das b-a-c-h. Dabei ist zu beachten: diese so symbolträchtige Tonfolge tritt in der ganzen Kunst der Fuge außer im 3. Teil der Fuga tatsächlich *nur* am Ende von Cp 4 auf (und in einer unauffälligen Achtelfigur in Cp 11)! Zwar finden wir b-a-c-h durchaus hier und da in der Kunst der Fuge, aber immer im Krebs, also rückwärts. Oder in Contrapunctus 11 zwar vorwärts, aber nicht als b-a-c-h, sondern als b-a-c-c-c-h.

Also: b-a-c-h ist Alleinstellungsmerkmal von Contrapunctus 4 und Fuga Teil 3.

Zweitens: Die beiden gelb unterlegten Kästchen in der obersten Notenzeile zeigen eine kleine Figur, die eine wichtige Rolle spielt zum einen in der Schlussbildung der Sopranstimme in Contrapunctus 4, zum anderen bildet genau diese Figur, unterbrochen durch eine Achtelpause, den Übergang von der Fuga in den Choral. Sie sehen es im unteren Notenbeispiel gegen Ende.

Mit blauen Kästchen ist im oberen Beispiel, Contrapunctus 4, im Tenor eine Figur markiert, die sozusagen imaginär ihre sequenzierte Fortführung im unteren Beispiel im Sopran erfährt. Im Tenor startet die Figur mit cis, im Sopran wird sie sequenziert mit d und e, und zwar genau in den entsprechenden Takten. Man

könnte die drei Takte in den blauen Kästchen - nur in Tenor und Sopran - nacheinander spielen und hätte einen völlig logischen Ablauf. Nur wird dieser real auf zwei verschiedene Stücke verteilt, auf Contrapunctus 4 und Fuga Teil 3.

Cp 4 Überleitung in den letzten Abschnitt

Fuga Choral

In Contrapunctus 4 gehen wir nun einige Takte zurück. Vom 3. Teil der Fuga bleiben wir bei den Schlusstakten. Wieder zeigt das untere Notenbeispiel die letzten sieben Takte der Fuga. Mit dem A-dur-Akkord am Anfang der Zeile endet im Originaldruck die Fuga! Die markierten überleitenden Töne sind der Anfang des Themas des 2. Teils der Fuga, wobei hier ein zusätzliches Achtel vorangestellt ist, welches das Thema von ursprünglich 41 Tönen auf 42 Töne erweitert. Diese kleine musikalische Wendung findet sich ausführlich sequenziert auch in Contrapunctus 4, oberes Notenbeispiel. Auch in Contrapunctus 4 leitet sie den letzten Abschnitt ein.

Die sechs Zitate dieser kleinen Figur aus 7 Achteln haben zusammen 42 Töne, genau wie in der Fuga der letzte Einsatz des zweiten Themas.

Interessant ist auch, was genau in der Mitte des gesamten Contrapunctus 4 zu hören ist: eine für die Kunst der Fuge eher ungewöhnlich lange Kette von Achteln, wie wir es aus vielen Basso Continuo Partien kennen. Das interessante daran ist, dass es genau 47 Achtel sind, also soviele Achtel in der Mitte des Contrapunctus 4 wie der 3. Teil der Fuga Takte hat.

Mit Contrapunctus 4 habe ich für die Berechnung mit der Kreisformel die beiden anderen Stücke, die ebenfalls nicht im Autograph enthalten sind,

zusammengefasst. Es sind zwei Kanons.

Der Canon alla decima contrapunto alla terza steht mit seiner thematischen Ausgestaltung sowohl mit Cp 4 als auch direkt mit dem 3. Teil der Fuga in Beziehung.

Contrapunctus 4, Takt 111f.



Canon alla Decima Contrapunto alla Terza



Hauptthema	–	47 Achtel	–	Hauptthema	–	45 Achtel
			= Taktzahl Fuga Teil 3	= Taktzahl Choral		

Er zitiert in jeder Stimme zweimal pro Durchgang das Hauptthema wie Contrapunctus 4 in der gespiegelten Gestalt. Es erklingt genau so synkopisch versetzt, wie es in Contrapunctus 4 in der zweiten Engführung geschieht. Oberes Notenbeispiel.

Einen konkreten Bezug zum 3. Teil der Fuga sehe ich auch in den ersten 21 Takten des Canons.

Der Kanon alla Decima ist das einzige Stück im 12/8-Takt. Das lenkt natürlich die Aufmerksamkeit ein wenig vom Zitat des Hauptthemas weg hin zu den vielen Achteln, die dann gespielt werden, wenn die zweite Kanonstimme mit dem Hauptthema einsetzt.

Es sind bis dahin, wo die erste Kanonstimme zum zweitenmal das Hauptthema bringt, 47 Achtel, während die zweite Kanonstimme das Hauptthema zitiert. Wenn dann die zweite Stimme das Hauptthema zum zweitenmal bringt, spielt die erste Stimme dazu nicht etwa wieder 47 Töne, sondern nur 45. Die 47 Töne entsprechen der Taktzahl von Fuga Teil 3, die 45 der Taktzahl des Chorals.

Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta



Die Kreisfigur wird 15 mal wiederholt

15 Themeneinsätze gibt es in Fuga Teil 3

Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta hat als singuläres Charakteristikum die Sextole, die sowohl die Umspielung des HT eröffnet als auch im weiteren Verlauf immer wieder einzeln erklingt. Die Töne des Hauptthemas sind im Beispiel rot. Der Kanon ist ein unendlicher Kanon, er kann beliebig wiederholt werden. Zwischen den Wiederholungszeichen finden wir die Sextole in jeder Stimme 15 mal. Das entspricht z.B. der Anzahl aller Themeneinsätze im 3. Teil der Fuga.

Auch ist die Sextole als musikalische Kreisfigur, als *circulatio* zu lesen und spielt damit offensichtlich darauf an, dass 15 Contrapuncte bzw. Canons in contrapunto nach der Kreisformel zu den drei Teilen der Fuga im Verhältnis stehen, gewissermaßen um sie kreisen.

Damit ist denke ich ausreichend belegt, dass es musikalisch angemessen ist, die drei Stücke Contrapunctus 4, Canon alla Decima und Canon alla Duodecima mit dem 3. Teil der Fuga ins Verhältnis zu setzen. Und es ist klar festzustellen: Auch der scheinbar unvollendete 3. Teil der Fuga fügt sich perfekt in das System der Proportionen nach der Kreisformel ein.

Das System einer einheitlichen Zuordnung aller Einzelstücke nach der Kreisformel ist aber noch nicht ganz vollständig.

einthemige Contrapuncte

721 Takte

Fuga Teil 1, einthemig

114 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

mehrthemige Contrapuncte

492 Takte

Fuga Teil 2, mehrthemig

78 Takte

$$492 : 2\pi = 78,30$$

Nicht im Autograph

298 Takte

Fuga Teil 3, Ende nicht im Druck

47 Takte

$$298 : 2\pi = 47,43$$

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45

nicht „Contrapunctus“

**Nicht „Contrapunctus“**

451 Takte

Contrapunctus 3

72 Takte

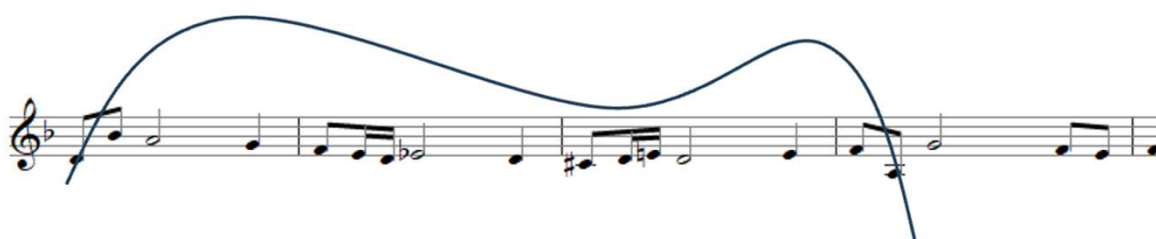
$$451 : 2\pi = 71,78$$

Die zwei ersten Canons sind bisher noch gar nicht erfasst. Diese beiden Canons, „per Augmentationem“ und „alla Ottava“ tragen in ihrem Titel nicht wie die anderen Stücke das Wort Contrapunctus oder in contrapunto. Ebenso wie ja auch die Fuga a 3 Soggetti dieses Wort nicht in ihrem Titel hat. Wir fassen nun die drei Stücke ohne „Contrapunctus“ zusammen, also die beiden genannten Kanons und die Fuga a 3 Soggetti. Dies zu tun ist auch plausibel, weil in diesen beiden Canons das erste Thema der Fuga aufgegriffen wird, natürlich in variierter Gestalt, und im Canon alla Ottava auch das b-a-c-h.

Fuga Thema 1



Canon per Augmentationem in Contrario Motu



Das Thema des Canons per Augmentationem ist als eine Umspielung des Hauptthemas zu lesen. Es kann jedoch auch als Paraphrase des Themas von **FUGA Teil 1** verstanden werden. Der an ein „m“ oder eine liegende „3“ erinnernde spiegelsymmetrische Melodiebogen des Fugenthemas wird im Canon leicht gekippt. Die Quintsprünge an Anfang und Ende des Themas werden zu Sextsprüngen. Der tiefste Ton in der Mitte des Themas wird im Canon zu einer Umschreibung in kleinst möglichen Intervallfolgen.

Canon alla Ottava

The image displays two systems of musical notation for a piece titled "Canon alla Ottava". The first system, labeled with measure 99, shows a treble and bass staff. A blue rectangular box highlights a specific melodic phrase in the treble staff. The second system, labeled with measure 6, also shows treble and bass staves. A red rectangular box highlights a similar melodic phrase in the treble staff. The notation includes various musical symbols such as notes, rests, and accidentals, typical of a musical score.

Im Canon alla Ottava wird im ausgeschriebenen Schluss der ersten Kanonstimme das erste Thema der Fuga in Sechzehnteln zitiert, blau unterlegt.

Außerdem finden wir im Verlauf des Kanons das b-a-c-h, im Krebs und mit wiederholtem c, ähnlich wie in Contrapunctus 8 und 11.

einthemige Contrapuncte

721 Takte

Fuga Teil 1, einthemig

115 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

mehrthemige Contrapuncte

492 Takte

Fuga Teil 2, mehrthemig

78 Takte

$$492 : 2\pi = 78,30$$

Nicht im Autograph

298 Takte

Fuga Teil 3, Ende nicht im Druck

47 Takte

$$298 : 2\pi = 47,43$$

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45

nicht „Contrapunctus“

**Nicht „Contrapunctus“**

451 Takte

Contrapunctus 3

72 Takte

$$451 : 2\pi = 71,78$$

Also: die Zusammenfassung der Canons „per Augmentationem“ und „alla Ottava“ mit der Fuga zu einer Gruppe ist auch durch die besonderen thematischen Beziehungen gerechtfertigt.

Diese Dreiergruppe hat die Taktsumme 451. Geteilt durch 2 Pi ist 71,78, gerundet 72. Dies ist die Anzahl der Takte von Contrapunctus 3, und zwar *nur* von Contrapunctus 3.

Die Berechnung ist nun vollständig. Die Taktzahlen sämtlicher Einzelstücke sind nach der Kreisformel mit der Fuga bzw. ihren drei Teilen ins Verhältnis gesetzt. Jedes Einzelstück des Zyklus wird genau *einmal* in die Berechnung einbezogen; *entweder* als Teil des Kreisumfangs *oder* als Radius.

Nur die Fuga und der Contrapunctus 3 werden sowohl einmal als Radius und einmal als Teil des *Kreisumfangs* eingesetzt.

Ist es plausibel, dass bei der letztgenannten Berechnung ausgerechnet der Contrapunctus 3 eine zentrale Rolle spielt? Als Radius eines Kreises der Dreiergruppe aus den beiden längsten Canons und der Fuga, dem längsten Einzelstück der Kunst der Fuge?

Contrapunctus 3 spielt insbesondere unter folgenden zwei Aspekten eine Sonderrolle:

Contrapunctus 3 ist das einzige Einzelstück, in dessen Verlauf das Hauptthema systematisch für einige Einsätze so umgestaltet wird, dass es ein Zitat des Chorals enthält. Zu dieser Behauptung später mehr.

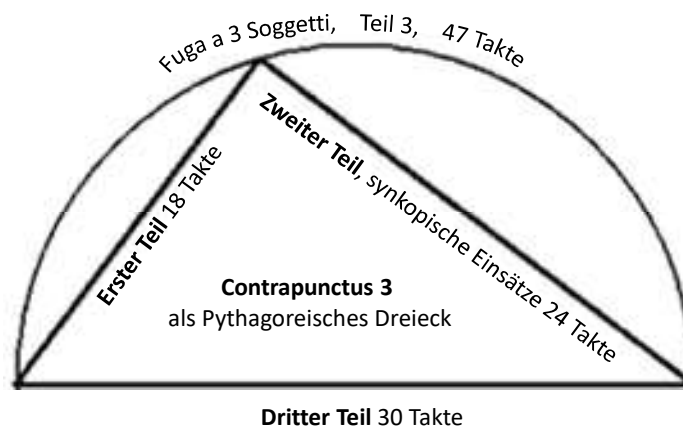
Contrapunctus 3 ist das einzige Einzelstück, dessen Gliederung sich als pythagoreisches Dreieck darstellen lässt.

Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$



Hauptthema / Titel
 $5^2 = 3^2 + 4^2$

Contrapunctus 3
 $30^2 = 18^2 + 24^2$



Wolfgang Wiemer hat darauf hingewiesen, dass sowohl die 12 Töne des Hauptthemas als auch die 12 Buchstaben im Titel „Kunst der Fuge“ mit den Zahlen $5 + 3 + 4$ als pythagoreisches Tripel den Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks entsprechen.

Im genau gleichen Verhältnis ist die Architektur des Contrapunctus 3 gegliedert und kann daher als rechtwinkliges Dreieck dargestellt werden.

Die Exposition umfasst 18 Takte mit 4 Themeneinsätzen, es folgen 24 Takte Zwischenspiele mit einem markanten Bassmotiv, das uns noch beschäftigen wird, und 3 synkopischen Themeneinsätzen, schließlich 30 Takte, ohne das bewusste Bassmotiv; 5 Themeneinsätze (drei regulär und zwei variiert).

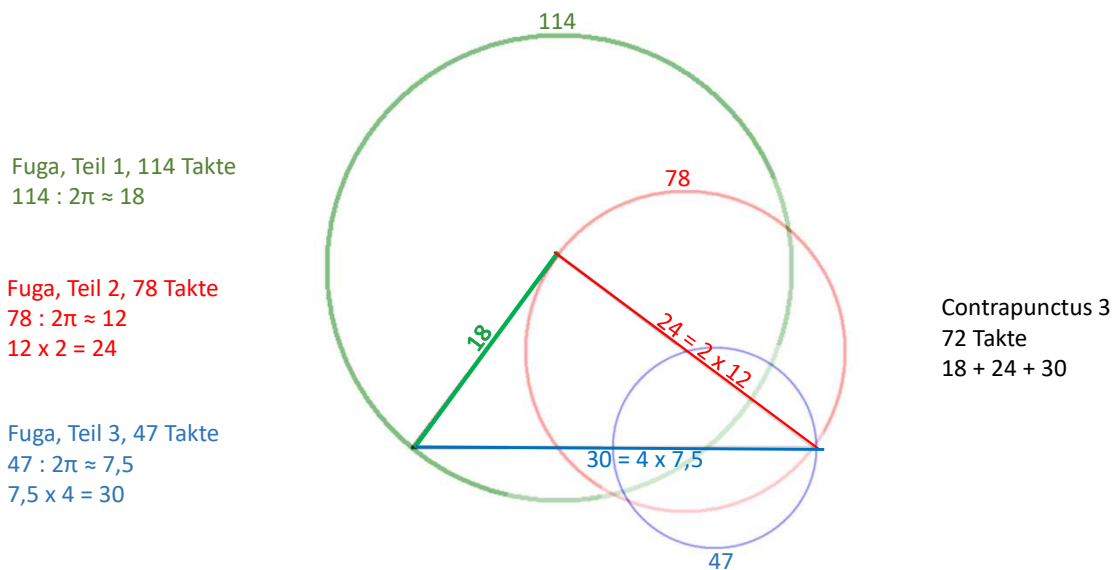
Die Taktzahlen 18, 24 und 30 bilden ein pythagoreisches Tripel, ein rechtwinkliges Dreieck, kongruent zum kleinsten pythagoreischen Dreieck aus den Zahlen 3, 4 und 5.

Interessant ist, dass der Thaleskreisbogen über diesem rechtwinkligen Dreieck mit seiner Bogenlänge 47,12 recht genau der Taktzahl von Fuga Teil 3 entspricht.

Das ist eine schöne Feststellung für alle, die ihre Freude an klaren geometrischen Formen haben. Aber hilft es weiter in der Frage, ob die Kunst der Fuge eine in sich

abgeschlossene Form hat oder ob sie unvollendet ist? Nein. Es sei denn, es findet sich eine Regel, nach welcher nicht nur der dritte Teil der Fuga, sondern alle drei Teile den drei Abschnitten des Contrapunctus 3 proportional zugeordnet werden können. Ich habe lange gesucht, ob es eine solche Regel gibt, und folgendes gefunden.

Die Fuga und das pythagoreische Dreieck von Cp 3



In Contrapunctus 3 hat der erste Teil 18 Takte. Das entspricht dem Radius eines Kreises mit dem Umfang der Taktzahl von Fuga Teil 1, - grüner Kreis.

Der zweite Teil von Contrapunctus 3 hat 24 Takte und entspricht damit dem zweifachen Radius von Fuga Teil 2.

Der dritte Teil von Contrapunctus 3 hat 30 Takte und entspricht also dem 4-fachen Radius von Fuga Teil 3.

Anders gesagt: Die Radien werden auf den Seiten des Dreiecks in immer kleinerem Maßstab abgebildet. Zuerst 1:1, dann 1:2 und schließlich 1:4. Oder um Bachs Begriffe zu verwenden: per Augmentationem et Diminutionem.

Nach geometrischen Regeln lassen sich die drei Teile der Fuga den drei Abschnitten des Contrapunctus 3 zuordnen. Contrapunctus 3 ist eine Art Abbildung der Architektur der Fuga a 3 Soggetti. Man kann auch sagen: die Taktzahlen der drei Kreise der Fuga werden auf die Seiten des Dreiecks von Contrapunctus in perspektivischer Weise projiziert. Der Maßstab wird nach hinten hin kleiner. 1:1, 1:2, 1:4.

Wohlgemerkt: das funktioniert nur unter der Voraussetzung, dass die Fuga exakt 239 Takte hat.

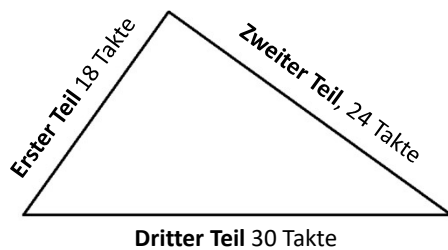
Wichtig, dass wir uns klar sind, dass die von mir beschriebenen Zuordnungen der Contrapuncte und Canons zu den drei Teilen der Fuga zwar eine mathematisch klar definierte Relation zwischen den Contrapuncten und Canons auf der einen Seite und den Teilen der Fuga auf der anderen Seite beschreiben, die kaum zufällig entstanden sein kann, dass hierdurch aber nicht festgelegt ist, in welchem

Größenverhältnis die Teile der Fuga untereinander stehen. Es wäre ja möglich gewesen, Fuga 3 länger zu machen, wenn dazu passend auch die zugeordneten Canons bzw. der Contrapunctus 4 verlängert worden wären.

Deshalb hat die Feststellung große Bedeutung, dass auch das Verhältnis der Fugenteile untereinander mit logischem Bezug zur Kreisformel beschrieben werden kann. Genau dies geschieht mithilfe des Contrapunctus 3 und des Satzes des Pythagoras. Die Länge der drei Abschnitte von Contrapunctus 3, die wie das Hauptthema selbst dem Pythagoreischen Tripel 3-4-5 entsprechen, werden durch eine einfache Rechnung durch die Kreisformel mit den drei Teilen der Fuga in eine logische Relation gesetzt.

Contrapunctus 3, 72 Takte

Joseph Sauveur 1713:
Sekundenschlag = 1 Hz = C



30 Hz = H

24 Hz = G

18 Hz = D

Das pythagoreische Tripel von Contrapunctus 3 betrachten wir jetzt noch unter einem ganz anderen Aspekt.

Die Längen der drei Abschnitte von Contrapunctus 3 entsprechen den Frequenzen eines Dur-Quartsextakkordes. Und zwar ganz konkret eines rein gestimmten G-dur-Quartsextakkordes, wenn wir beachten, was der zu Bachs Zeit international bekannte französische Mathematiker und Akustiker Joseph Sauveur im Jahr 1713 in einer Abhandlung vorgeschlagen hat. Nämlich, dass der Ton C dem Sekundenschlag, also 1 Hz, entspricht. Das hat nichts mit der Diskussion über verschiedene Stimmtonhöhen zu tun. Es könnte aber für den theoretischen Hintergrund der Kunst der Fuge eine Rolle spielen, denn, warum sollte Bach Sauveurs Vorschlag nicht gekannt haben? D-moll, die Tonart der Kunst der Fuge, und G-dur, die Tonart des Chorals, finden ihre Entsprechung in den Proportionen von Cp 3.

Ebenfalls ist eine Relation festzustellen zwischen der Anzahl der Contrapuncte, Canons und der Fuga: 18 Einzelstücke in d-moll. 18 Hz hat das tiefste noch hörbare d, das tiefe D im 32-Fuß-Register der Orgel.

Die Frequenz des G, also 24 Hz, oder noch tiefer oktaviert 12 Hz findet ihre Entsprechung z.B. in den 24 Takten des mittleren Abschnittes von Cp 3 und in den 12 Tönen des HT.

Die 30 oder halbiert 15 ist die Frequenz von H und gleichzeitig die Anzahl derjenigen Contrapuncte und Canons in contrapunto, zu deren drei Gruppen die drei Teile der Fuga im Verhältnis der Kreisformel stehen.

Ganz spannend finde ich, dass der Contrapunctus 3 einerseits mit der Gesamtzahl seiner 72 Takte den Grundton d der Kunst der Fuge widerspiegelt, denn 72 Hz ist die Frequenz des großen D. Während andererseits in der Proportionierung seiner drei Abschnitte die Frequenzen eines G-dur-Dreiklages repräsentiert, also die Tonart des Chorals.

Auch bilden die drei Töne h-d-g den Übergang von der Fuga zum Choral. Die Fuga bricht mit h-d ab, der Choral beginnt mit g.

Soviel an dieser Stelle zur Sonderrolle von Contrapunctus 3, der bei den genannten Kreisberechnungen den Radius eines Kreises aus der Dreiergruppe aus Canon per Augmentationem, Canon alla Ottava und Fuga darstellt.

einthemige Contrapuncte

721 Takte

*Zuordnung:***Fuga Teil 1, einthemig**

114 Takte

$$721 : 2\pi = 114,75$$

mehrthemige Contrapuncte

492 Takte

*Zuordnung:***Fuga Teil 2, mehrthemig**

78 Takte

$$492 : 2\pi = 78,30$$

Nicht im Autograph

298 Takte

*Zuordnung:***Fuga Teil 3, Ende nicht im Druck**

47 Takte

$$298 : 2\pi = 47,43$$

Titel	Takte
Contrapunctus 1	78
Contrapunctus 2	84
Contrapunctus 3	72
Contrapunctus 4	138
Contrapunctus 5	90
Contrapunctus 6 a 4 in Stylo Francese	79
Contrapunctus 7 a 4 per Augment et Diminut	61
Contrapunctus 8 a 3	188
Contrapunctus 9 a 4 alla Duodecima	130
Contrapunctus 10 a 4 alla Decima	120
Contrapunctus 11 a 4	184
Contrapunctus a 4 (rectus, inversus)	56
Contrapunctus a 3 (rectus, inversus)	71
Canon per Augmentationem in Contrario Motu	109
Canon alla Ottava	103
Canon alla Decima Contrapunto alla Terza	82
Canon alla Duodecima in Contrapunto alla Quinta	78
Fuga a 3 Soggetti	239
Choral Wenn wir in höchsten Nöten	45

Nicht „Contrapunctus“

451 Takte

*Zuordnung:***Contrapunctus 3**

72 Takte

$$451 : 2\pi = 71,78$$

Hier nochmal die Übersicht der proportionalen Zuordnungen. Links die Gruppen der Contrapuncte bzw. Canons in contrapunto, die nach der Kreisformel den Teilen der Fuga zuzuordnen sind, und rechts, welche drei Stücke nach der Kreisformel dem Contrapunctus 3 zuzuordnen sind.

Orgelbüchlein



Der Choral „Wenn wir in höchsten Nöten“ wurde angeblich vom Komponisten „einem seiner Freunde aus dem Stegereif in die Feder dictiret“, so heißt es in dem kleinen anonymen Vorwort im Erstdruck, aber es handelt sich um eine erweiterte und gründlich umgearbeitete Version des gleichnamigen Chorals aus Bachs „Orgelbüchlein“, den Bach bereits gut 30 Jahre vor der Kunst der Fuge aufgeschrieben hatte. In der im Orgelbüchlein nur 9 Takte umfassenden Komposition wird die Liedmelodie im Sopran melismatisch kunstvoll ausgeschmückt. Die drei Begleitstimmen imitieren in einem fugenartigen durchgehenden Wechselspiel die ersten Töne der Melodie.

Kunst der Fuge



Diese Begleitstimmen hat Bach bis auf wenige Änderungen bei der Umarbeitung übernommen. Die reiche Colorierung des c.f. hat er ersetzt durch eine ganz schlichte Wiedergabe der Chormelodie. Vor jeder der vier Melodiezeilen des Soprans hat er mehrere Takte für Alt, Tenor und Bass eingefügt und damit die Anzahl der Takte auf das fünffache vergrößert. In den ergänzten Abschnitten führen die Unterstimmen die jeweils folgende c.f.-Zeile als ein Fugenthema durch, teils gespiegelt, teils vergrößert - per augmentationem, teils verkleinert - per diminutionem. Auf diese Weise ist eine kunstvolle Choralfuge mit vier Themen entstanden.

Wenn nun wie gezeigt der Choral in das System von Kreisberechnungen eingebunden ist, sollten sich auch thematische Beziehungen zwischen dem Choral und den Contrapunten finden lassen.

Ich zeige einige Befunde, die eine musikalische Verwandtschaft zwischen dem Choral und einzelnen Teilkompositionen des Zyklus aufweisen.

Erstens gibt es Ähnlichkeiten zwischen dem Choral und dem dritten Teil der Fuga, diesen zwei ungefähr gleich langen Teilkompositionen.

Analogien zwischen Fuga Teil 3 (47 Takte) und Choral (45 Takte)

Melodisch-rhythmische
Übereinstimmung



Exzessive Dissonanzen



- Es gibt melodisch-rhythmische Korrespondenzen bis hin zu identischen Elementen. Das, was am Ende des Chorals erklingt, findet sich fast gleichlautend in der Fuga, kurz bevor sie in der Druckfassung abbricht.
- Im Choral erfolgt im Takt 34 ein regelwidriger dissonanter Einsatz im Bass. Im Fugenteil hören wir in den Takten 224, 225 geradezu atemberaubende Dissonanzen, einschließlich der verminderten Sexte. Beide harmonisch singulären Stellen sind in Bezug auf die Länge des Fugenteils bzw. des Chorals ähnlich positioniert.

Zweitens lassen sich in Contrapunten an mehreren Stellen Zitate aus dem Choral identifizieren:

Ende Fuga Teil 1

Ende Fuga Teil 3 Anfang des Chorals

- Die letzten Töne des Soprans von Fuga Teil 1 sind die reale Spiegelung der ersten Töne des Chorals, und zwar am Grundton d', mit welchem die KdF beginnt und endet. Auch die reale Spiegelung der letzten beiden Achtel vor Abbruch der Fuga ist in Fuga Teil 1 präsent. Gleich dreimal kurz vor Schluss. D.h. der Übergang vom Abbruch der Fuga zum Choral wird schon in Fuga Teil 1 angedeutet. Man mag einwenden, eine fallende Terz aus zwei Viertelnoten sei nichts besonderes. Ich habe gezählt, wie oft es das in Fuga Teil 1 gibt: Dreimal ganz am Anfang, 7 mal verstreut im weiteren Verlauf, dann lange Zeit nichts, und schließlich die drei hier im Notenbeispiel. Dieses fast schon mikroskopisch kleine Element ist ganz eindeutig systematisch, strukturbildend eingesetzt. Von Beginn an steht es immer in der *ersten* Takthälfte. Erst wenn es am Ende dreimal als f-d in Bass, Sopran, Tenor erklingt, in der *zweiten* Takthälfte, unbetont. Und: die folgenden, hier rot markierten Töne beginnen unbetont, am Ende von Fuga Teil 1 ebenso wie am Anfang des Chorals. Ich meine, das ist ein schönes Beispiel dafür, wie Bach selbst mit kleinsten eindeutig identifizierbaren Figuren den Bau des großen Spannungsbogens unterstützt. Und es zeigt eine motivische Verwandtschaft zwischen Fuga und Choral, die schwerlich abzustreiten ist.

Contrapunctus 3

Choralzeit in Hauptthema integriert

Hauptthema auf 15 Töne erweitert

Wenn wir in hoch - sten No - ten sein

Wie ich vorhin behauptet habe, wird in Contrapunctus 3 die erste Choralzeile Note für Note zitiert.

Dieses Notenbeispiel zeigt in der obersten Zeile die Originalgestalt des Hauptthemas gespiegelt, in der zweiten Zeile die auf 15 Töne erweiterte Gestalt des Hauptthemas wie sie ausschließlich in Contrapunctus 3 vorkommt.

Charakteristisch ist die nach oben zum Spitzenton springende Wechselnote.

Durch den Einschub dieser Wechselnote „g“ wird die Tonfolge im mittleren Bereich des HT der ersten Verszeile des Chorals angeglichen. Die kleinen rhythmischen Abweichungen können ignoriert werden, denn es gibt genug andere Beispiele dafür, dass Bach seine Themen bei Bedarf nicht nur tonal, sondern auch rhythmisch angepasst hat, was auch Überbindungen betrifft.

Die ersten drei Einsätze dieser speziellen Themengestalt sind zudem auch synkopisch verschoben. Sie haben zusammen 3 mal 15 gleich 45 Töne - wie ja auch der Choral selbst 45 Takte hat.

Die untere Zeile zeigt die erste Melodiezeile des Chorals, hier nach F-dur transponiert.

Wenn wir in höchsten Nö- ten sein

Contrapunctus 1
Takt 40 f.

Contrapunctus 11
Takt 132 f.

- Auch in Contrapunctus 1 kann man die komplette erste Verszeile des Chorals identifizieren, und zwar beginnend ausgerechnet in Takt 41 (41 ist der Buchstabenwert von JSBach).

Diese Stelle aus Contrapunctus 1 finden wir übrigens sehr ähnlich auch in Contrapunctus 11. Wo ist diese Stelle in Contrapunctus 11 platziert? Man geht dorthin, wo das dritte Thema mit der Tonfolge b-a-c-c-c-h eingeführt wird und zählt von dort aus die Länge des Chorals ab, also 45 Takte. Und genau nach 45 Takten wird die Choralzeile zitiert.

Wie steht es umgekehrt? Zitiert der Choral das Hauptthema der Kunst der Fuge?

Choral
dritte Verszeile



Hauptthema in Contrapunctus 8 und 11



Der Choral zeichnet sich dadurch aus, dass die drei Unterstimmen mit den vier Abschnitten der Chormelodie spielen - wie mit vier Fugenthemen. In Takt 27 jedoch erklingt eine Figur, die hier einzigartig ist, völlig untypisch für den Choral. Wir hören dort in Viertelnoten die Folge a-d-e. Diese Figur ist identisch mit dem Beginn des Hauptthemas in der Gestalt, die wir aus Contrapunctus 8 und Contrapunctus 11 kennen. Das untere Notenbeispiel zeigt das Hauptthema in einem Ausschnitt aus Contrapunctus 11. Sind im Choral die drei markierten Töne ein Themenzitat? Oder sind es nur quasi zufällig die selben drei Töne, die im Choral aber gar nicht die Bedeutung eines Themenzitates haben? Um hier eine Antwort zu finden, ist ein Umweg nötig.

Beim Spielen der Kunst der Fuge fällt schnell auf, dass es einige Gemeinsamkeiten speziell zwischen Contrapunctus 3 und Contrapunctus 11 gibt. Sie sind beide so stark von Chromatik geprägt wie kein anderer Contrapunctus. Und es gibt eine weitere Gemeinsamkeit: in Contrapunctus 3 und Contrapunctus 11 tritt systematisch eine prägnante kleine Figur auf, die charakterisiert ist durch einige nach oben führende Achtel und einen sich anschließenden Oktavsprung nach unten.

Contrapunctus 3
ab Takt 18

Sopran

Bass

Tenor

Tenor

Bass

Wenn wir in höch-sten Nö-ten sein

Diese Oktavsprung-Figur umrahmt in Contrapunctus 3 jenen Abschnitt, in welchem das Hauptthema dreimal in der veränderten Weise erklingt, welche die erste Verszeile des Chorals zitiert! Vor diesem Abschnitt erklingt die Figur mit dem Oktavsprung 5 mal, danach, bevor das Hauptthema wieder regulär einsetzt, 3 mal. Die Figur erklingt taktweise und immer im Bass. Offensichtlich hat Bach die Figur mit dem Oktavsprung dazu eingesetzt, um auf etwas hinzuweisen, das hier völlig unerwartet erklingt, sozusagen gar nicht hier her gehört, nämlich eine Anspielung auf den Choral.

In Contrapunctus 11 tritt die gleiche Oktavsprungfigur auch auf, aber nur dreimal, in unterschiedlichen Stimmen, scheinbar unregelmäßig, und es ist schwer zu erkennen, warum. Ich denke, sie soll auch in Contrapunctus 11 auf etwas besonderes hinweisen. In Contrapunctus 3 war es die innerhalb des Stückes veränderte Themengestalt. Was ist es in Contrapunctus 11?

Contrapunctus 11
Oktavsprung-Figur

Fuga, Thema 1



Bei den ersten beiden Einsätzen der Figur ist in der anderen Stimme das erste Thema der Fuga a 3 Soggetti zu erkennen, tonal angepasst. Wir können davon ausgehen, dass auch der dritte Einsatz der Figur in Contrapunctus 11 auf ein irgendwie aus der Reihe fallendes Themenzitat hinweist. Da ist aber nichts dergleichen zu entdecken, außer dass nach der Figur, in Takt 76, ein exponierter Einsatz des Hauptthemas erklingt. Ein Blick in das Autograph verrät uns, dass hier ursprünglich etwas anderes stand. Bach hat diese Stelle für den Druck geändert.

Contrapunctus 11

Autograph 75

113

Contrapunctus 8

85

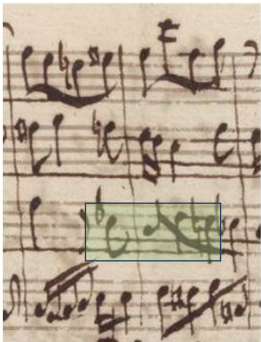
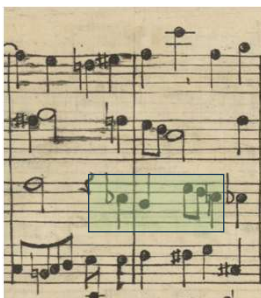
75 = 113 von hinten

Im Autograph folgt auf die im Bass erklingende Oktavsprungfigur im Takt 75 im Tenor die Tonfolge b-a-c-h, vorwärts in gleichmäßigen Viertelnoten, wie es sonst ausschließlich im 3. Teil der Fuga zu finden ist.

An einigen anderen Stellen gibt es die Tonfolge rückwärts, im Krebs. In Contrapunctus 8 kommt die Tonfolge b-a-c-h einmal vorwärts in Achteln (Takt 85/86). Ansonsten immer im Krebsgang.

Contrapunctus 4 bringt das b-a-c-h *einmal* vorwärts, aber in unterschiedlichen Notenwerten.

Ein b-a-c-h-Zitat vorwärts in gleichmäßigen Vierteln ist also etwas ganz besonderes.

	Faksimile	Contrapunctus 11	Transkription
Autograph			
Originaldruck			

Im Autograph, oberes Notenbeispiel, folgt also auf die Oktavsprungfigur die Tonfolge b-a-c-h. Und genau dies wäre wohl das irreguläre Themenzitat gewesen, auf welches die Oktavfigur ursprünglich aufmerksam machen sollte. Links sehen Sie den entsprechenden Scan der Handschrift. Die Viertel sind hier noch als Achtel notiert.

Aber Bach hat für den Druck die Tenorstimme durch Einfügen eines Achtels „d“ so verändert, dass das b-a-c-h zerstört ist. Das kann nicht aus Versehen passiert sein. Auch dazu links der Ausschnitt aus dem Originaldruck.

Und so folgt der Figur mit dem Oktavsprung nicht mehr wie im Autograph das b-a-c-h. Warum könnte Bach dieses b-a-c-h-Zitat eliminiert haben? Ganz einfach um es zu vermeiden und für die letzte Fuga aufzusparen? Oder ist es doch der exponierte Einsatz des Hauptthemas, der mit der Oktavfigur markiert werden soll? Gibt es irgendeine Besonderheit an diesem Einsatz? Wie steht es mit der Harmonisierung? Sie ist anders als in allen anderen Einsätzen sowohl in Contrapunctus 11 als auch in Contrapunctus 8, wo diese Themenform ja ebenfalls verwendet wird.

Cp 8

Cp 11

Alle Takte mit dem Themenkopf mit fallender reiner Quinte in Contrapunctus 8 und Contrapunctus 11. Damit es leicht fällt, die Harmonisierungen zu vergleichen, habe ich alle nach d-moll transponiert.

Leicht zu sehen ist, dass nur in einem einzigen Fall auf „2“ ein D-dur, also mit einem Fis erklingt und auf „3“ ein G-dur. Diese Harmonisierung der Tonfolge des Themenkopfes a-d-e finden wir darüber hinaus nur im Choral, Takt 27!

Contrapunctus 11



Choral



Dort werden die drei Töne des Hauptthemas so harmonisiert wie im fraglichen Takt in Contrapunctus 11. Und in Contrapunctus 11 hat Bach dies erreicht, indem er die Führung der Tenorstimme der entsprechenden Stelle im Choral angepasst hat, auf Kosten des b-a-c-h-Zitates.

D.h. wir können einigermaßen sicher sein, dass die Ähnlichkeit beider Takte in Contrapunctus 11 und Choral absichtlich vom Komponisten hergestellt wurde, dass also im Choral in Takt 27 ein bewusstes Zitat des Hauptthemas vorliegt!

Contrapunctus 11

54 Autograph Takt 57

54 Originaldruck

Zwischen Vorschlag und Triole 45 Takte

100 Autograph Takt 101

100 Originaldruck

Interessant auch, dass zwei weitere Details in Contrapunctus 11, die den Druck vom Autograph unterscheidet, ebenfalls die Bewertung der Übereinstimmung des bewussten Themenzitates in Contrapunctus 11 und Choral bestätigen. Der 57. Takt in Contrapunctus 11 beginnt im Druck mit einer Vorschlagsnote, der 101. Takt endet mit einer Triole, der einzigen Triole in Contrapunctus 11. Diese beiden Details grenzen einen Abschnitt von 45 Takten ein. Die bewusste Oktavsprungfigur befindet sich innerhalb dieser 45 Takte im 27. von hinten gezählten Takt. Zum vergleich: Im Choral steht das Themenzitat im 27. Takt, von vorne gezählt.

Nachdem wir einige Zitate aus dem Choral in den Contrapunten und umgekehrt aus den Contrapunten im Choral gesehen haben, betrachten wir jetzt den Übergang von der Fuga a 3 Soggetti zum Choral.

Dieser Übergang wird über einen längeren Zeitraum vorbereitet. Wie das mit kleinen Andeutungen in Fuga Teil 1 geschieht, habe ich bereits gezeigt. Blicken wir nun in Fuga Teil 2.

Beginn Fuga Teil 2

vor erstem kombinierten Einsatz Thema 1 und Thema 2

im weiteren Verlauf direkt angehängte Quinte

vor Beginn des dritten Teils

Ende der Fuga Anfang des Chorals

Hier ist in der oberen Zeile der Anfang des 2. Teils der Fuga zu sehen: Das Thema mit 41 Tönen. Am Ende des Themas ist ein 7-Achtelmotiv markiert. Es wird unmittelbar sequenziert, noch bevor der zweite Themeneinsatz erfolgt. Zu beachten: an die aufsteigende Terz am Ende dieses Motivs schließt sich hier eine schrittweise Abwärtsbewegung an, die Achtel fließen weiter.

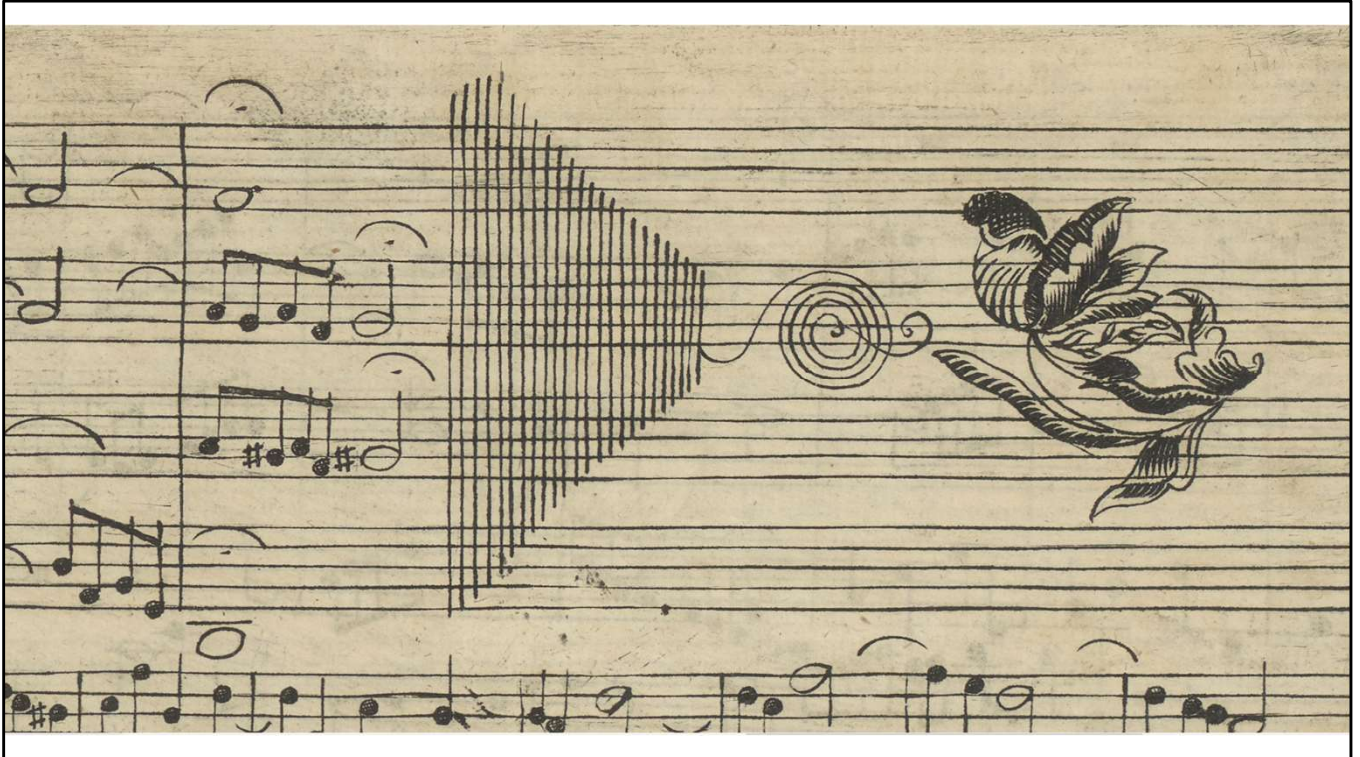
Doch direkt, bevor zum ersten Mal das 1. Thema zum 2. Thema hinzutritt, wird an das 7-Achtelmotiv ein Dreiklang angehängt, und zwar so, dass die Figur mit einer fallenden Quinte endet. Danach pausiert diese Stimme. - Zweite Notenzeile. Im weiteren Verlauf dieses Fugenteils wird immer häufiger eine fallende Quinte unmittelbar an das 7-Achtelmotiv angehängt, so auch am Abschluss des 2. Teils, bevor der dritte Teil mit b-a-c-h beginnt. - Dritte und vierte Notenzeile.

Wenn man im zweiten Fugenteil die Behandlung des 7-Achtel-Motivs aufmerksam verfolgt oder auch nur unbewusst, so wird eine Erwartungshaltung erzeugt, was nach dem letzten 7-Achtelmotiv, also bei Abbruch der Fuga logischer Weise kommen müsste: eine fallende Quinte. Allerdings kommt eine Pause. Und dann doch der erwartete Ton. - Fünfte Notenzeile.

Die letzte Tenornote der Fuga bildet quasi einen Halbschluss, dem eine Generalpause und schließlich die Weiterführung mit der ersten Tenornote des Chorals folgen.

Wenn Sie die Gelegenheit haben, z.B. im Konzert heute Abend, vergleichen Sie einmal die Halbschlüsse und Generalpausen, die es in der KdF in einigen Contrapunten gibt, mit der Generalpause zwischen dem Abbruch der Fuga und dem Einsatz des Chorals....

Es spricht also vieles dafür, dass der Choral zum Zyklus dazugehört.



Dieses schöne Ornament befindet sich im Originaldruck am Ende von Contrapunctus 3. Ich kann mir schwerlich vorstellen, dass dieses sorgfältig gestaltete Ornament ohne einen symbolischen Bezug zur Struktur der Kunst der Fuge dort angebracht wurde.

Die 24 senkrechten Striche am Abschluss des Cp 3 können z.B. für die 24 Takte in Cp 3 stehen, in welchen die erste Choralzeile dreimal erklingt.

In der Schnecke führt die Linie aus immer enger werdenden Kreisen schließlich heraus hin zu einer Blüte.

Das zentrale Stück, auf das sich alle anderen Teilkompositionen des Zyklus als „Kontrapunkte“ beziehen, es quasi umkreisen, ist die Fuga a 3 Soggetti. Das lateinische Wort „Fuga“ = „Flucht“ besagt, dass die Stimmen einander nachjagen, hinfliehen zu einem Ziel. Doch vor Erreichen dieses Zieles bricht die Fuga ab. Das ist der Tod. Aber dann wird im Choral das Ziel angedeutet:

Choral „Wenn wir in höchsten Nöten“

1. Wenn wir in höchsten Nöten sein und wissen nicht, wo aus noch ein,
und finden weder Hilf noch Rat, ob wir gleich sorgen früh und spat,
2. so ist dies unser Trost allein, dass wir zusammen insgesamt
dich anrufen, o treuer Gott, um Rettung aus der Angst und Not,
3. und heben unser Aug und Herz zu dir in wahrer Reu und Schmerz
und flehen um Begnadigung und aller Strafen Linderung,
4. die du verheißest gnädiglich allen, die darum bitten dich
im Namen deins Sohns Jesu Christ, der unser Heil und Fürsprech ist.
5. Drum kommen wir, o Herre Gott, und klagen dir all unsre Not,
weil wir jetzt stehn verlassen gar in großer Trübsal und Gefahr.
6. Sieh nicht an unsre Sünde groß, sprich uns davon aus Gnaden los,
steh uns in unserm Elend bei, mach uns von allen Plagen frei,
7. auf dass von Herzen können wir nachmals mit Freuden danken dir,
gehorsam sein nach deinem Wort, dich allzeit preisen hier und dort.

Text: Paul Eber (1566), Melodie: Guillaume Franc (1543), Johann Baptista Serranus (1567)

„Wenn wir in höchsten Nöten sein und wissen nicht, wo aus noch ein“ bis hin zu:
„auf dass von Herzen können wir nachmals mit Freuden danken dir, gehorsam
sein nach deinem Wort, dich allzeit preisen hier und dort.“

Der Choral ist viel mehr als eine Ersatzlösung für eine scheinbar fehlende
Vollendung der letzten Fuge. Er bildet die ideelle Mitte eines großen Werkes
absoluter Musik. Ich kann mir vorstellen, dass Bachs Plan der KdF *eine* Wurzel in
diesem Choral hat. Auch mathematisch übrigens liegt die Wurzel der gesamten
KdF im Choral.



Im Originaldruck hinter Contrapunctus 5 eingefügtes Ornament

Abschließend fasse ich zusammen:

Meine Untersuchungen der Proportionen innerhalb Bachs Kunst der Fuge haben ergeben, dass sämtliche Contrapuncte und Kanons, nach eindeutigen Kriterien in Gruppen zusammengefasst und gemessen an der Anzahl ihrer Takte, zu den drei Teilen der Fuga a 3 Soggetti jeweils im selben mathematischen Verhältnis stehen. Das gilt insbesondere auch für den scheinbar unvollendeten 3. Teil der Fuga. Dieses mathematische Verhältnis wird durch die Kreisformel beschrieben.

Die Proportionen der drei Teile der Fuga *untereinander* lassen sich ebenfalls nach der Kreisformel darstellen, und zwar in Bezug auf den Satz des Pythagoras, wie er dargestellt wird in den Proportionen des Hauptthemas und in den drei Abschnitten des Cp 3.

Auch der Choral ist auf spezielle Weise in die Proportionen nach der Kreisformel einbezogen.

Zahlreiche, in der Musik mitunter recht versteckt angebrachte korrespondierende Details bestätigen die werk-internen Relationen.

Und es gibt noch weitere Schichten von Symmetrien. Diese zu erläutern würde aber den Rahmen meines Vortrags sprengen. -

Die verbreitete Annahme, Bach hätte die Fuga a 3 Soggetti nicht fertig komponieren *können*, impliziert konsequenter Weise, dass die von mir beschriebene komplizierte Struktur des Werkes mit den präzisen und *vollständigen* Relationen nach der Kreisformel zufällig entstanden sei, weil Bach zufällig nur bis zum 239. Takt der Fuga komponieren konnte, diese Annahme erscheint wenig plausibel.

Viel wahrscheinlicher ist, dass er das Werk mit dem Abbruch der Fuga und dem daran anschließenden Choral bewusst geplant hat. Allerdings: der *Originaldruck* vermischt offenbar Versionen aus unterschiedlichen Arbeitsphasen und entspricht zumindest in Teilen nicht dem jüngsten Plan des Komponisten.

Und zu guter letzt: beachten wir auch die andere Bedeutung des Wortes „Fuge“. Die Kunst der Fuge im Sinne von: Die Kunst, wie sich alles zusammenfügt.